

○ 高 畅

## 五声性集合的十二音组合

**摘 要:**借用集合理论,将我国特定的五声调式资源与当今世界具广泛性的十二音序列思维和技术进行结合,也就是本文所讲的五声性集合的十二音组合,既是世界音乐文化交流或融合的一种必然结果,其可行性也是被我国三十年来的音乐实践所明证了的,对其进行更深入的研究和开掘无疑是必要的。为此,本文对五声性集合的十二音组合进行了全面而详细的论述,对全部五声性集合的十二音组合的可能性进行了推理和归纳,并总结性地提出了完全同态组合、完全同构组合、完全同质组合,以及异质类的最大同态组合、最大同构组合、最大同质组合等五声性集合的十二音组合类型。

**关键词:**五声性集合;十二音组合;同态组合;同构组合;同质组合;异质组合

**中图分类号:**J614      **文献标识码:**A      **文章编号:**1002-9923(2013)02-0123-07

### 前 言

我国专业的多声音乐,从上世纪初开始发展至今,在刚好一个世纪左右的历史长河中,音高语言的五声性无疑是其主流特征,这也是我国民族风格的主流标志。

在世界范围内,无调性的出现至今也刚好一个世纪左右,期间尽管有微分音等非十二平均律的应用,但十二平均律的十二个音仍是我们的主流资源,也仍然是值得我们将来继续充分利用的资源。

因此,将五声性音高向十二平均律的十二个音进行扩展,既是世界音乐文化交流或融合的一种必然结果,其可行性也是被我国三十多年来的音乐实践所明证了的,对其进行更深入的研究和开掘无疑也是必要的。

借用集合理论,将我国特定的五声调式资源与当今世界具广泛性的十二音序列思维和技术进行结合,也就是本文所讲的五声性集合<sup>①</sup>的十二音组合,正是这种扩展思维的一种

主要方式。这种扩展方式,经过罗忠镕、高为杰等专家学者的系统研究、论述和应用,已经证明了是可行的。他们通过孜孜不倦的探索而取得了丰硕的成果,为此领域积累了丰富的资源,可以说已基本为我们建立了五声性集合与十二音进行结合的理论框架。

当然,一种理论模式或体系的建立,从来不是一蹴而就的,这需要经过无数人甚至几代人的努力。在他们研究和应用的基础上,仍然有着巨大的发展空间。因此,对其理论继续进行深入而系统的研究和论述,无疑仍是极为必要的。

本文正是在这样的背景下写成的。

从概念上来讲,本文所涉及的音级集合的十二音组合<sup>②</sup>,实际上与音级集合的十二音配套基本相同。音级集合的十二音配套,高为杰先生已作过了较权威性的论述<sup>③</sup>,因此,从某种程度上来说,本文的五声性集合的十二音组合,也可看作是高为杰先生这篇论文的枝节上的引申和扩展。

收稿日期:2011-08-22

作者简介:高 畅(1964- ),男,教授,四川音乐学院作曲系作曲理论教研室副主任,硕士生导师。

基金项目:本文为四川省教育厅重点科研项目“五声性音高结构研究”(项目编号为11SA128)成果之一。

### 一、五声性集合十二音组合的相关概念和推导方式

#### 1. 五声性集合相关的特定集合关系

笔者在《五声性集合概述》<sup>⑧</sup>一文中,就五声性集合内部,五声性集合之间,以及五声性集合与其他非五声性集合之间的关系,作了分类和限定。出于本文叙述的必要,故而将其复述如下:

(1)异质集合:五声性集合与非五声性集合为异质集合,也就是说,它们之间的关系为异质关系,基数可等也可不等。

(2)同质集合:所有五声性集合均为同质集合,也可以说,所有五声性集合之间的关系为同质关系,基数可等也可不等。

(3)同构集合:特指同一非对称集合的,在形态上不完全相同的移位特型结构与倒影移位特型结构。如4-22的各移位 $T_n(4-22)$ 与各倒影移位 $T_nI(4-22)$ ,尽管在形态上不完全相等,但它们之间是同构的。

(4)同态集合:本文特指形态完全相同的,同一集合的各移位特型结构,或各倒影移位特型机构。如4-22的各移位为同态集合,4-22的各倒影移位也为同态集合。

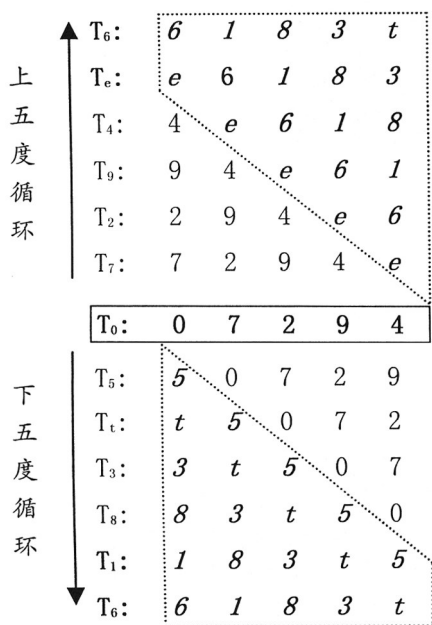
同态必然同质,同构必然同质。反之,同质的未必同构,同构的未必同态。

#### 2. 五声性集合十二音组合的推导方式

下面以五声性全集5-35(02479)为例,对本文中五声性集合十二音组合的推导方式进行一下说明。

五声性全集5-35(02479)为对称集合,只有十二个特型结构<sup>⑨</sup>,其十二个特型结构按纯五度依次排列如下:

图1

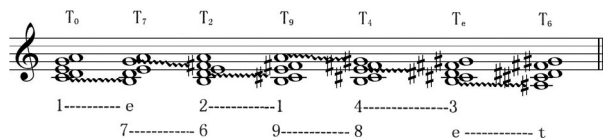


从图中可以看出 $T_0(5-35):[02479]$ 与其各移位的关系。

就像五声调式的转调一样, $T_0$ 向上依次作纯五度移位如同向属方向依次转调一样, $T_7$ 移位时出现1个不同的音, $T_2$ 移

位时有2个不同的音, $T_9$ 移位时有3个不同音, $T_4$ 移位时有4个不同音, $T_1$ 和 $T_6$ 则所有音都不同。

例1  $T_0(5-35):[02479]$ 上五度移位的不同音或替换音



$T_0(5-35):[02479]$ 向上依次作纯五度移位时,可以形成这样的组合结果: $T_0 \cup T_7=[07294,e]$ ,  $T_0 \cup T_2=[07924,e6]$ ,  $T_0 \cup T_9=[07924,e61]$ ,  $T_0 \cup T_4=[07294,e618]$ ,  $T_0 \cup T_1=[07294,e6183]$ ,  $T_0 \cup T_6=[07294,6183t]$ 。

与向上移位相对应, $T_0$ 向下依次作纯五度移位(如同向下属方向依次转调一样)时则形成这样的组合结果: $T_0 \cup T_5=[07294,5]$ ,  $T_0 \cup T_4=[07294,5t]$ ,  $T_0 \cup T_3=[07294,5t3]$ ,  $T_0 \cup T_2=[07294,5t38]$ ,  $T_0 \cup T_1=[07294,5t381]$ ,  $T_0 \cup T_6$ 则与向上循环的结果一样,即 $[07294,t3816]$ 。

由于本文所论述的是十二音组合,因此参照十二音序列的不重复规则,对于五声性全集,最多只能由两个无共同音的特型结构构成十个音,也就是说必然要补入两个音,才能构成十二音。

符合这种组合条件的有三个组合,分别是:

- a)  $T_0 \cup T_1=[02479,1358t]$ 补入 $[6,e]$ 两个音;
- b)  $T_0 \cup T_6=[02479,e1368]$ 补入 $[5,t]$ 两个音;
- c)  $T_0 \cup T_6=[02479,68t13]$ 则补入 $[5,e]$ 两个音。

### 二、五声性五音集合5-35(02479)的组合

在通过上面推导而得出的a、b、c三种五声性全集的十二音组合模式中,如果不考虑集合之间的组合顺序,a组合即 $[02479] \cup [1358t] \cup [6e]$ 实际上是b组合即 $[02479] \cup [e1368] \cup [5t]$ 在 $t=1$ 条件下的整体的移位,因此a与b在本质上是同一种组合。

故而,5-35(02479)最大同态<sup>⑩</sup>的五声性全集的十二音组合实质上只有以下两种:

例2



例3



以上的组合排列是一种“基本型排列”,即把十二音组合作为一个整体,从音平0开始进行排列。余下均同。

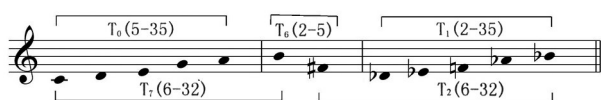
这类组合,高为杰先生称其为局部配套,罗忠镕先生在其作品《琴韵》中就使用了这类组合模式。

本文中第一种(例2所示)表述为基数不同的,同质类的五声性全集(5-35)的最大同态组合,将第二种(例3所示)表述为基数不同的,异质类的五声性全集(5-35)的最大同态组合。

在具体的组合中,除了十二音组合本身可以整体移位、整体倒影移位,以及各集合内部本身可以随意改变各音级的顺序外,集合之间也可以改变顺序。

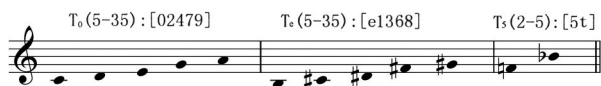
如果将例2中 $T_1(5-35)$ 与 $T_6(2-5)$ 的顺序进行交换,并将集合 $T_6(2-5)$ 中两音的顺序进行改变,则可以形成如下的组合排列:

例4



如果将例2中 $T_0(5-35)$ 与 $T_1(5-35)$ 的顺序进行交换,并将整个十二音组合进行 $t=e$ 的移位,则可以变化为如下的组合:

例5



例5实际上就成了上一节所讲的b组合,即 $[02479] \cup [e1368] \cup [5t]$ 。

诸多的变化组合,本文不再一一列举。

### 三、五声性四音集合4-22(0247)的组合

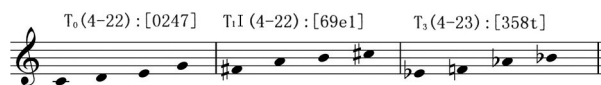
五声性四音集合4-22(0247)为非对称集合,因此其特型结构为24个。

对于非对称集合,如果仅从理论上推理,可以形成各移位之间、各倒影移位之间的同态(完全或局部)组合,也可以形成其移位与其倒影移位之间的同构(完全或局部)组合,当然也可以与其他五声性集合构成同质异态的组合,以及与其他非五声性集合构成异质类的组合。

但实际上,4-22(0247)的十二音组合只有以下三类:

#### 1. 同质类的最大同构组合

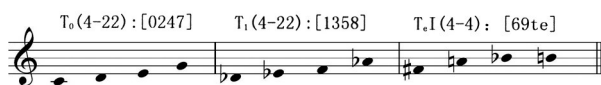
例6



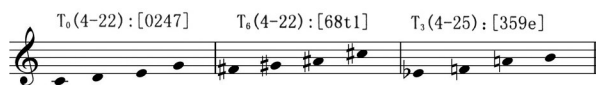
#### 2. 异质类的最大同态组合

(1) $T_n(4-22)$ 最大同态的组合有以下两种:

例7

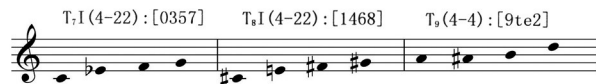


例8

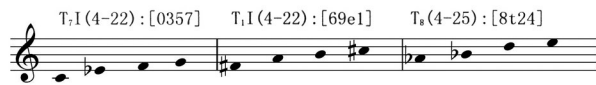


(2) $T_nI(4-22)$ 最大同态的组合则有以下两种:

例9

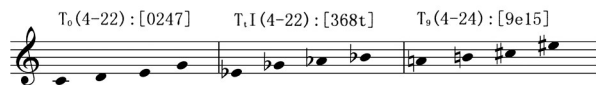


例10



### 3. 异质类的最大同构组合

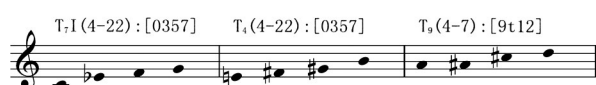
例11



例12



例13



### 四、五声性四音集合4-23(0257)的组合

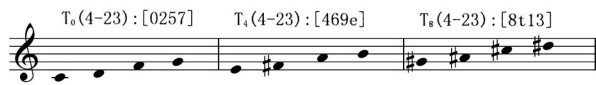
4-23(0257)为对称集合,只有十二个特型结构。

对于对称集合,与非对称集合相比较,除了没有本文特定的同构组合外,其余组合类型从理论上讲都可能出现。

但实际上,4-23(0257)只可能构成以下两类十二音组合:

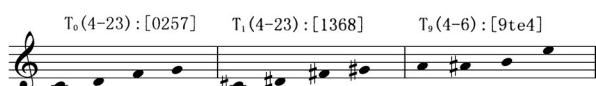
#### 1. 完全同态组合

例14

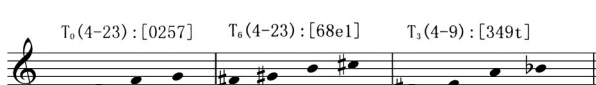


#### 2. 异质类的最大同态组合

例15



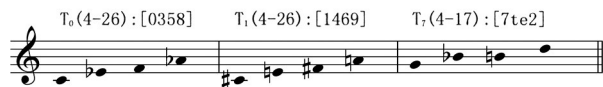
例16



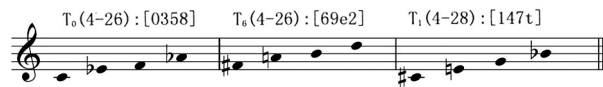
### 五、五声性四音集合4-26(0358)的组合

4-26(0358)为对称集合,有十二个特型结构。其十二音组合只有异质类的最大同态组合,具体有以下两种:

例17



例18



当然,如果将以上两例的最后一个四音集合分解为二音集合2-3(03)的两个特型结构,那么则可以看作是基数不同的、同质类的最大同态组合了。

另外,如果再将(4-26)分解为二音集合2-3(03)的两个特型结构,那么以上的两种组合则均可处理为2-3(03)的六组特型结构的基数相同的完全同态组合。

### 六、五声性三音集合3-6(024)的组合

五声性三音集合3-6(024)为对称集合,也只有十二个特型结构。

3-6(024)可以完全同态构成十二音组合,具体有以下两种:

例19



在例19中,音组之间的移位算子依次为1-5-1。

例20



在例20中,音组之间的移位算子依次均为3。

### 七、五声性三音集合3-7(025)的组合

3-7(025)为非对称集合,有24个特型结构。其组合形式最为多样,分别有以下几类:

#### 1. 完全同构组合

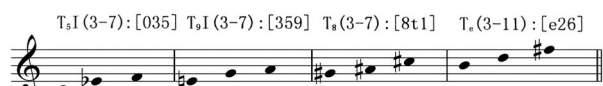
$T_n$ 与 $T_nI$ 可以完全同构而构成十二音组合,但是只有一种,如下:

例21



#### 2. 同质类的最大同构组合

例22



### 3. 异质类的最大同态组合

(1) $T_n(3-7)$ 的最大同态组合:

$T_n$ 最大同态组合时,只能构成九个音,其与另外一个三音补集构成的十二音组合如下:

例23



(2) $T_nI(3-7)$ 的最大同态组合:

$T_nI$ 最大同态组合时,也只能构成九个音,其与另外一个三音补集构成的十二音组合如下:

例24



从整体上来看,此种组合(例24)与上一种组合(例23)是同构的,但不是同态的。

#### 4. 异质类的最大同构组合

$T_n$ 与 $T_nI$ 的最大同构组合,除了可以构成完全同构一种(见例21)外,还可以构成九音组合,再加入一个三音补集即可构成十二音。

(1)在最大同构中 $T_n$ 最大同态,有以下三种:

例25



例26



例27

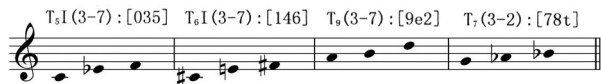


(2)在最大同构中 $T_nI$ 最大同态,则有以下两种:

例28



例29



### 八、五声性三音集合3-9(027)的组合

3-9(027)为对称集合,有12个特型结构。其十二音组合有以下两类:

#### 1. 完全同态组合

$T_n(3-9)$ 最大同态时,能构成唯一一种完全同态的十二音组合,如下:

## 例 30



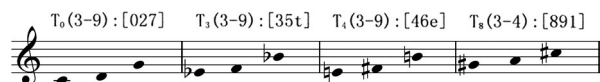
## 2. 异质类的最大同态组合

$T_n(3-9)$ 除了可以构成完全同态一种(见例 30)外,还可以部分同态构成九音,再加入一个三音补集即可构成十二音。具体组合有以下三种:

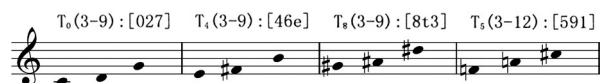
## 例 31



## 例 32



## 例 33



## 九、五声性三音集合 3-11(037) 的组合

3-11(037)为非对称集合,有 24 个特型结构,其中移位(小三和弦)和倒影移位(大三和弦)各为 12 个。

从理论上讲,3-11(037)与五声性集合的定义<sup>⑥</sup>是吻合的,但由于是大小调功能和声的特征性和弦,因此就其五声性来说就受到了干扰和削弱,另一方面,也是无调性音乐所应该避免的。但出于本文的完整性,也一并将其列出。

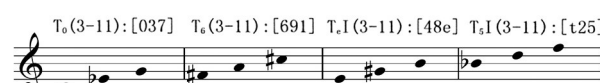
## 1. 完全同构组合

$T_n(3-11)$ 与 $T_n I(3-11)$ 最大同构时能构成十二个音,有以下两种:

## 例 34



## 例 35



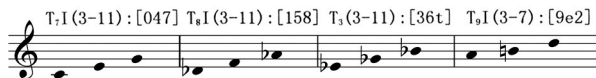
## 2. 完全同质组合

(1) $T_n(3-11)$ 最大同态

## 例 36

(2) $T_n I(3-11)$ 最大同态

## 例 37



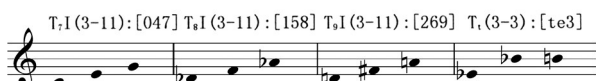
## 3. 异质类最大同态组合

(1) $T_n(3-11)$ 最大同态

## 例 38

(2) $T_n I(3-11)$ 最大同态

## 例 39



## 4. 异质类最大同构组合

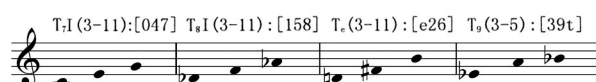
$T_n(3-11)$ 与 $T_n I(3-11)$ 除了可以完全同构外,还可以局部同构构成九音,再加上一个三音补集即可构成异质类的最大同构组合。

(1) $T_n(3-11)$ 最大同态

## 例 40

(2) $T_n I(3-11)$ 最大同态

## 例 41



## 十、五声性二音集合的十二音组合

所有五声性二音集合都可看作是对称集合,都各有 12 个特型结构。从理论上讲,除了没有本文所特定的同构组合外,其他类型的组合都可能存在,但在实际的组合中,各二音集合的组合也不完全相同。

## 1. 2-2(02)的组合

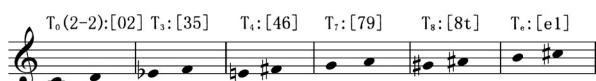
2-2(02)可以完全同态构成十二音组合,具体有下面两种:

## 例 42



例 42 中,音组之间的移位算子依次为 1-3-1-3-1。

## 例 43



例43中,音组之间的移位算子依次为3-1-3-1-3。

假如将例43从 $T_3(2-2):[35]$ 开始,则为 $T_3 \cup T_4 \cup T_7 \cup T_8 \cup T_0$ ,实际上就成为了例42在 $t=3$ 条件下的整体移位。

2-2(02)非同态的同质类以及异质类的组合皆不典型,故此处从略。

### 2. 2-3(03)的组合

2-3(03)也可以完全同态构成十二音组合,有下面两种:

例44



例45



### 3. 2-4(04)的组合

2-4(04)最大同态时只能形成局部八个音的组合,要构成十二音则必然要引入其他集合。

以下是2-4(04)最大同态的同质类的组合列举:

(1)2-4(04)最大同态与2-2(02)的五声性同质组合:

例46



(2)2-4(04)最大同态与2-3(03)的五声性同质组合:

例47



(3)2-4(04)最大同态与2-5(05)的五声性同质组合:

例48



2-4(04)的异质类组合也不典型,因而也从略。

### 4. 2-5(05)的组合

2-5(05)可以构成如下的完全同态的十二音组合:

例49



从理论上讲,2-5(05)还可以与其他五声性集合构成同质的非同态组合,也可以与其他非五声性集合构成异质类的组合,但都不典型,故而不作列举。

## 十一、五声性集合十二音组合的简要归纳

通过上面对各五声性集合的十二音组合的论述,可以初

步做出如下小结:

就集合基数来看,五声性全集必然要与其他不同基数的集合结合才能构成十二音组合,其他基数的五声性集合则可以由基数相同的集合而构成十二音组合。

就五声性集合的十二音组合类别来看,有同质类和异质类之分。一般意义上来讲,同质类的包括完全同态、完全同构、完全同质,以及完全同质类属下的最大同态、最大同构等具体的类别,而异质类的则只包括最大同态、最大同构、最大同质等具体的类别。

### I. 同质类的

同质类的完全同态、完全同构、完全同质的十二音组合,是最具五声性风格的,也是本文所穷尽了的,但数量却极为有限。

#### I a. 完全同态

(1)四音集合4-23构成一种: $T_0(4-23) \cup T_4(4-23) \cup T_8(4-23)$ ,见例14。

(2)三音集合3-6构成两种:

2a)  $T_0 \cup T_1 \cup T_6 \cup T_7$ ,见例19;

2b)  $T_0 \cup T_3 \cup T_6 \cup T_9$ ,见例20。

(3)3-9构成一种: $T_0 \cup T_3 \cup T_6 \cup T_9$ ,见例30。

(4)二音集合2-2两种:

4a)  $T_0 \cup T_1 \cup T_4 \cup T_5 \cup T_8 \cup T_9$ ,见例42;

4b)  $T_0 \cup T_3 \cup T_4 \cup T_7 \cup T_8 \cup T_9$ ,见例43。

(5)2-3两种:

5a)  $T_0 \cup T_1 \cup T_2 \cup T_6 \cup T_7 \cup T_8$ ,见例44;

5b)  $T_0 \cup T_2 \cup T_4 \cup T_6 \cup T_8 \cup T_1$ ,见例45。

(6)2-5一种: $T_0 \cup T_2 \cup T_4 \cup T_6 \cup T_8 \cup T_1$ ,见例49。

#### I b. 完全同构

(1)3-7一种: $T_0 \cup T_6 \cup T_9 \cup T_3 \cup T_1$ ,见例21。

(2)3-11两种:

2a)  $T_0 \cup T_2 \cup T_4 \cup T_1 \cup T_1$ ,见例34;

2b)  $T_0 \cup T_6 \cup T_9 \cup T_3 \cup T_1$ ,见例35。

由于本文将完全同构组合特定为同一非对称集合的同构但非同态的集合特型结构的组合,因而在所有组合类型中数量是最少的。

#### I c. 完全同质

完全同质的还可以细分为最大同态、最大同构等具体的类别。

(1)最大同态

1a) 5-35 最大同态与2-5构成的: $T_0(5-35) \cup T_1 \cup T_6(2-5)$ ,见例2。

1b) 2-4 最大同态与2-2构成的: $T_0(2-4) \cup T_1(2-4) \cup T_2(2-4) \cup T_3(2-4) \cup T_6(2-2) \cup T_9(2-2)$ ,见例46。

1c) 2-4 最大同态与2-3构成的: $T_0(2-4) \cup T_3(2-4) \cup T_6(2-4) \cup T_9(2-4) \cup T_2(2-3) \cup T_8(2-3)$ ,见例47。

1d) 2-4 最大同态与2-5构成的: $T_0(2-4) \cup T_2(2-4) \cup T_3(2-4) \cup T_7(2-4) \cup T_8(2-5) \cup T_1(2-5)$ ,见例48。

(下转第205页)

开拓创新,与时俱进,才能更好地谱写中国民族打击乐艺术的新篇章。

#### 参考文献:

[1][3]河南博物院.华夏遗韵(中原古代音乐文物)[M].中州古籍出版社,2010.36、50、60、64-66.

[2][4]中国艺术研究院音乐研究所.中国乐器图鉴[M].山东教育出版社,1992.94、11、68.

[5][6]中国艺术研究院音乐研究所.中国音乐史图鉴[M].人民音乐出版社,1988.23、50.

[7]李真贵.民族打击乐的兴起与繁荣[A].中国艺术研究院音乐研究所.中国音乐年鉴1994[G].山东友谊出版社,1995.

(上接第128页)

#### (2)最大同构

2a) 4-22 最大同构与 4-23 构成的:  $T_0(4-22) \cup T_1(4-22) \cup T_3(4-23)$ , 见例6。

2b) 3-7 最大同构与 3-11 构成的:  $T_3I(3-7) \cup T_5I(3-7) \cup T_8(3-7) \cup T_6(3-11)$ , 见例22。

2c) 3-11 最大同构与 3-7 构成的则有两种:其一,  $T_0(3-11)$  最大同态,  $T_0(3-11) \cup T_1(3-11) \cup T_3I(3-11) \cup T_1I(3-7)$ , 见例36;其二,  $T_0I(3-11)$  最大同态,  $T_1I(3-11) \cup T_3I(3-11) \cup T_3(3-11) \cup T_5I(3-7)$ , 见例37。

#### II. 异质类的

异质类的,即由五声性集合与其他非五声性集合构成的十二音组合,从理论上讲其可能性是极为多样的,数量也是极为庞大的,但本文所列举的仅是其中的一部分,即本文所限定的五声性集合最大同态、最大同构、最大同质的组合,当然其数量也是不少的,具体的详见前面的论述,此处不再一一罗列。

异质类的组合在保证五声性风格最大化的前提下适当地引入对比性的非五声性集合,也是极有应用价值的,罗忠镕先生所列的“三元素与四元素五声性集合组合而成的十二音集合列表”中所列举出的组合,大多属于此类。尽管本文所述的与罗先生所列的不完全相同,但在组合属性上则是大致相当的。

至于其他的五声性风格非最大化的组合,由于不典型,故本文均不作列举。

#### 结束语

本文对五声性集合完全同态、完全同构、完全同质的十二音组合,以及对异质类的最大同态、最大同构、最大同质的十二音组合的论述,仅是对五声性集合的十二音组合模式的更进一步的探讨,具体的应用方式则不在本文的论述范围。

另外,对集合和十二音的价值取向和未来的走向本文也不打算作任何评价。但我们不能否定,伴随着调性的否定或瓦解这一现象的曾经出现,今天的人们至少不再固守调性这

么一个事实,理性思维甚至是数理思维几乎成了严肃音乐创作的一个重要甚至是主流倾向。从这层意义上来说,集合和十二音这样的数理思维,也有其长远的广泛的价值,对其进行深入的拓展或发展,仍然有着非常重要的现实意义。

有鉴于此,本文对“五声性集合及其十二音组合”所作的更进一步的探讨和论述,假如能出现哪怕是一丁点新的思路或新的发现,那就是笔者最大的心愿了,当然也就是本文的最大价值所在了。

#### 注 释:

①③⑥五声性集合的概念及其相关技术,包括五声性集合的定义,以及五声性集合的类别数量、包含关系、特型结构、具体形态、集合关系类别等方面,在笔者的拙作《五声性集合概述》一文中均做了较详尽的阐述,读者可参阅。该文目前待发。

② 本文的组合与巴比特的“Combinatoriality”(有的翻译为组合性,有的翻译为配套,有的翻译为聚合,有的翻译为集结态等)意义相当,但形式上则不完全等同。

④ 特型结构的概念,以及五声性集合的特型结构数量,引自笔者《五声性集合概述》待发。

⑤ 本文所涉及到的异质类的五声性十二音组合,通常仅限定为五声性集合呈最大同态、最大同构、最大同质条件下的组合。比如五声性全集的十二音组合仅涉及两个特型结构为基础而构成的十二音,是五声性集合最大同态、最大同构、最大同质的。至于仅以一个五声性全集的特型结构为基础,再引入其它更多非五声性集合而构成的十二音,其可能性是非常多的,也不典型,故本文对非最大同质、最大同构、最大同态的组合都不作列举。另外,本文中所指的五声性集合的同态组合、同构组合、同质组合、异质组合等概念,仅仅是针对五声性集合,以及本文为论述五声性集合的十二音组合而特定的,是相对的概念,而不是一个普遍的概念。

#### 参考文献:

[1]高为杰.音级集合的配套[J].中国音乐,2004,(4):29-61.